

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ $\sqrt{5}$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$ $\pm \frac{3}{2}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -12 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$ $2; -1$

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$ $2; -8$

dethivn.com

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Thu gọn biểu thức sau: $A = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ 14

b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền? $100.000.000 \text{ đ}$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(1+x_1)(2-x_2) + (1+x_2)(2-x_1) = x_1^2 + x_2^2 + 2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại D, E . Gọi H là giao điểm của BD và CE ; F là giao điểm của AH và BC .

a) Chứng minh: $AF \perp BC$ và $\widehat{AFD} = \widehat{ACE}$.

b) Gọi M là trung điểm của AH . Chứng minh: $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi K là giao điểm của AH và DE . Chứng minh $MD^2 = MK \cdot MF$ và K là trực tâm của tam giác MBC .

d) Chứng minh: $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$.

HẾT.

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\text{a) } x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0$$

$$(\Delta' = \sqrt{5}^2 - 5 = 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\text{b) } 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)(4x^2 - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

Cách khác:

$$\text{Đặt } t = x^2 \geq 0$$

$$\text{Phương trình thành: } 4t^2 - 5t - 9 = 0 \quad (a - b + c = 0)$$

$$\Leftrightarrow t = -1 \text{ (loại) hay } t = \frac{9}{4}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 5y = -1 & (1) \\ 3x - 2y = 8 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = -1 & (1) \\ x - 7y = 9 & (3) \end{cases} \quad ((2) - (1))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19y = -19 & ((1) - (3)) \\ x - 7y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } x(x+3) = 15 - (3x-1)$$

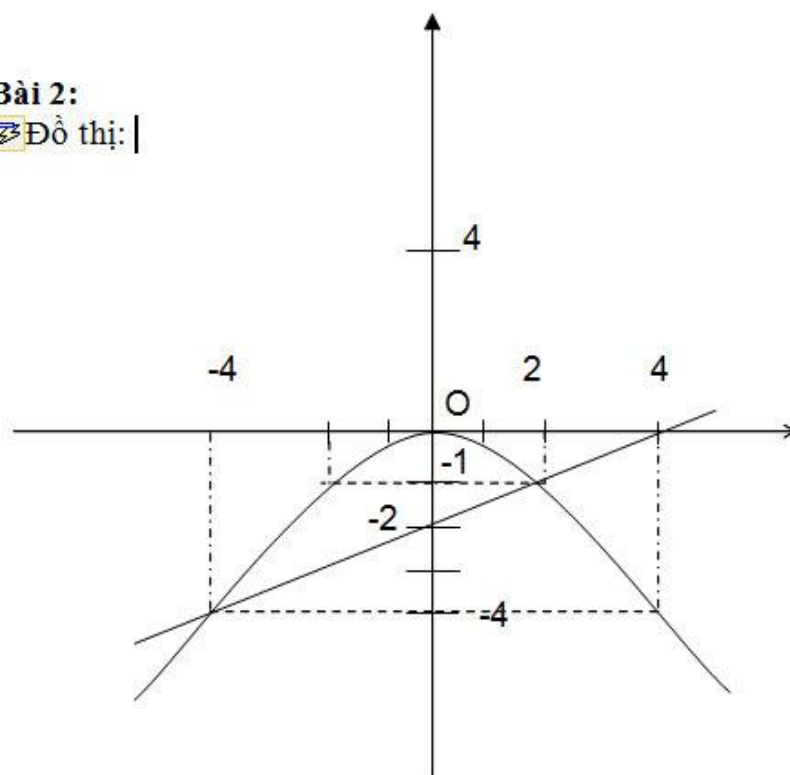
$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(\Delta' = 25)$$

$$\Leftrightarrow x = -8 \text{ hay } x = 2$$

Bài 2:

Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1; -\frac{1}{2})$, $(\pm 4; -4)$

(D) đi qua $(4; 0)$, $(-4; -4)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$-\frac{x^4}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$$y(-4) = -4, y(2) = -1$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(2; -1)$, $(-4; -4)$

Câu 3:

$$\begin{aligned}
 \text{a) Thu gọn các biểu thức sau: } A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} \\
 &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\
 &= \frac{(2-\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{3})^2}{1} = 2(4+3) = 14
 \end{aligned}$$

b) Gọi x là số tiền ông Sáu gửi ban đầu.

$$\text{Suy ra, năm đầu tiên ông Sáu nhận được là : } \left(x + \frac{6x}{100}\right) = x + \frac{3x}{50}$$

$$\text{Năm thứ hai ông Sáu nhận được là : } x + \frac{3x}{50} + \left(x + \frac{3x}{50}\right) \frac{3}{50} = x + \frac{3x}{25} + \frac{9x}{50^2}$$

Theo đề bài ta có

$$x + \frac{3x}{25} + \frac{9x}{50^2} = 112.360.000 \Leftrightarrow (2500 + 300 + 9)x = 112.360.000 \times 50^2$$

$$\Leftrightarrow 2809x = 11236 \times 25 \times 10^6 \Leftrightarrow x = 100.000.000 \text{ (đồng)}$$

Câu 4:

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

$$\text{a) } \Delta' = m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$$

Do đó phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

$$\text{b) } (1+x_1)(2-x_2) + (1+x_2)(2-x_1) = x_1^2 + x_2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 4 + x_2 + x_1 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 2 + x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2m = 4m^2$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hay } m = -\frac{1}{2}$$

Câu 5 :

a) Ta có H là trực tâm tam giác ABC, do
 $BD \perp AC$ và $EC \perp AB$

$$\Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AF \perp BC$$

Ta có tứ giác HDCF nội tiếp

$$\Rightarrow HFD = HCD \text{ hay } AFD = ACE$$

b) Vì M là trung điểm của AH

\Rightarrow M là tâm đường tròn ngoại tiếp với tứ giác ADHE.

$$\Rightarrow MDH = MHD = BHF \text{ và } BDO = DBO$$

$$\text{và } FHB + FBH = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MDH + HDO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp OD$$

Tương tự $\Rightarrow ME \perp OE$

Vậy 5 điểm M, D, O, F, E cùng nằm trên đường tròn đường kính MO.

c) Xét 2 tam giác MDK và MFD đồng dạng có một góc chung là M.

Và $MDK = MFD$ (do chắn 2 cung bằng nhau MD và ME)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK \cdot MF$$

Gọi I là giao điểm của MB và đường tròn (O). Ta có $IC \perp BM$ (chắn nửa đường tròn)

Gọi K' là giao điểm của IC và MF. K' là trực tâm của tam giác MBC. Vậy theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $MI \cdot MB = MK' \cdot MF = MK \cdot MF$

\Rightarrow K' trùng với K. Vậy K là trực tâm của tam giác MBC.

d) Do tính chất của trực tâm H trong tam giác ABC ta có $FH \cdot FA = FB \cdot FC$

Do K là trực tâm của tam giác MBC ta có: $FK \cdot FM = FB \cdot FC$

$$\Rightarrow 2FH \cdot FA = FK \cdot 2FM = FK \cdot (FH + FA) \text{ (vì M là trung điểm của AH nên } 2FM = FH + FA)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$$

